

Geometrie in Bewegung – 80 Jahre Schatzsche Umstülpung

Alexander Heinz, Herdecke

Vor 80 Jahren, am 29. November 1929, fand Paul Schatz die Umstülpung des Würfels. Dieses erste Ergebnis seines Strebens nach einer neuartigen Symbiose von Technik und Gestaltung ist zugleich Ausgangspunkt vieler weiterer Entdeckungen, nicht nur von Paul Schatz. Heute können wir uns an mannigfaltig verschiedenen Modellen erfreuen, nicht nur an umstülpbaren Würfeln.

Im Sinne einer Geometrie, die neben der Vermittlung von Gesetzmäßigkeiten und Anwendungsfragen auch die Auseinandersetzung mit Erlebnissen an ihren Phänomenen sucht, sollen hier – ausgehend von der Schatzschen Erfindung – verschiedene Modelle vorgestellt werden. Aus der inzwischen unübersehbaren Zahl verschiedener Modelle wurden diese hier vorgestellten so ausgewählt, dass sichtbar wird, wie schon geringfügige Änderungen von Proportionen, der Anzahl ihrer Glieder und deren Verbindung miteinander zu Ergebnissen führen, die sich sowohl in der unbewegten äußeren Form unterscheiden, und erst recht in den Bewegungsabläufen.

Vorbemerkungen

Dass diese Vorgehensweise keineswegs eine nur spielerische ist, zeigt das Beispiel des Schatzschen Würfels. Diese Erfindung kann man erst richtig würdigen, wenn man sieht, dass Paul Schatz auf dieser Basis erste grundlegende Ansätze einer zukunftsweisenden und umweltschonenden Technik entwickeln konnte. Die daraus hervorgegangene Oloid-, bzw. Turbula-Technik ist beständig weiter entwickelt worden und hat sich in ihren Einsatzbereichen (Gewässersanierung, Aquaristik; Mischen von festen und flüssigen Substanzen) hervorragend bewährt [1]. Sowohl in seiner Zielsetzung, als auch in seinen ersten brauchbaren technischen Ergebnissen war Paul Schatz ein Pionier der erst Jahrzehnte später sich formierenden ökologischen Bewegung. Damit war er seiner Zeit weit voraus, mit allen Schwierigkeiten, die das für ihn persönlich bedeutete.

Gleichwohl gibt Paul Schatz uns ein leuchtendes Beispiel in neuer, ja schöpferischer Weise geometrisch zu arbeiten. Es ist daher sehr erhellend sich zu vergegenwärtigen, wie er in seiner Entwicklungsarbeit vorging. Er war sowohl mathematisch-technisch, als auch handwerklich-künstlerisch ausgebildet. Die schöpferischen Prinzipien, die Paul Schatz in der künstlerischen Betätigung und in der Natur (z.B. dem Pflanzenwachstum) sah, wollte er mit den funktionalen Prinzipien der Technik zusammenbringen. Eine zentrale Rolle spielte in seinen Überlegungen das Rhythmische Prinzip; dieses Prinzip lässt sich übrigens an allen später vorgestellten Modellen sehr gut veranschaulichen.

Die Geometrie, derer sich sowohl Künstler als auch Techniker bedienen, spielte für Paul Schatz auf natürliche Weise eine Schlüsselrolle. Dies ist in der Entwicklung seiner Apparate gut nachvollziehbar. An den Modellen ist es mit den eigenen Händen begreiflich: nimmt man solche beweglichen Modelle zur Hand, so klingen die schöpferisch-künstle-

rischen Prinzipien im eigenen Miterleben an. Die mathematisch-technischen Prinzipien dagegen braucht man, um die geometrischen Zusammenhänge zu verstehen, die einen räumlich-zeitlichen Bewegungsablauf überhaupt ermöglichen.

Im folgenden sollen nun eine Anzahl von Modellen vorgestellt werden. Sie unterscheiden sich durch ihre Konstruktion, was erwarten lässt, dass sich dies auf ihren Bewegungsablauf auswirkt. Diese Tatsache ist sachlich (technisch gesehen) trivial. Das unmittelbare Miterleben und Mitfühlen beim Bewegen des Modells ist deshalb aber noch nicht notwendigerweise nachfühlbar. Die Überraschungen, die beim eigenen Bewegen des Modells (oder beim bloßen Zuschauen) mit Händen zu greifen ist, lässt sich hier schriftlich nur unzulänglich wiedergeben. Daher sei dem Leser geraten, sich lieber mit entsprechenden Modellen auszustatten und selbst auf Entdeckungsreise zu gehen, als jetzt weiterzulesen. Denn alles, was vorab gesagt oder gelesen ist kann dem eigenen unvoreingenommenen Erleben abträglich sein.

Wenn hier im folgenden trotz dieser schwerwiegenden Bedenken fortgefahren wird so deshalb, weil die hier eingeschlagene Vorstellungsweise eine Orientierungshilfe sein kann, die erlebnisreichen Erfahrungen, die man mit diesen Modellen machen kann unter systematischen Gesichtspunkten einfacher geometrischer Kriterien (und doch in freier Weise) zu ordnen.

Introduktion: Vorübungen

Als Einstimmung kann man – noch ohne Modell – sich ein möglichst großes Dreieck vorstellen, möglichst unter Zuhilfenahme des eigenen Körpers. Zum Beispiel zwischen den Zeigefingerspitzen der weit ausgestreckten Arme und der eigenen Nasenspitze. Nun stelle man sich eine Kreisformel oder –konstruktion dazu vor (oder mehrere), etwa den In- oder Umkreis. Verändert man nun das

Dreieck durch eine kleine oder größere, langsame oder schnellere Bewegung, so vollziehe man dabei gedanklich die damit einhergehenden Veränderungen der entsprechenden Kreise mit.

Gelingt dies, so kann man als Steigerung mit einem regulären Tetraeder fortfahren. Hier kann man zunächst beginnen mit den Dreieckflächen der ersten Übung, und dann In- Um- und Kantenkugel hinzunehmen. Das Verfolgen der Veränderungen ist eine echte Herausforderung. Richtig spannend wird es nun, wenn mehrere Tetraeder zu einer Kette verbunden werden, die sich zu einem Ring schließen lässt.

Thema: der Umstülpbare Würfel von Paul Schatz

Die umstülpbaren Modelle von Paul Schatz haben mit den Kaleidozyklen von Wallace Walker (erweitert und variiert in [2]) Gemeinsamkeiten. Die allgemeinen mathematischen Grundlagen für bewegliche Gelenk-Ketten wurden vor Paul Schatz beschrieben durch Raoul Bricard [3]. Paul Schatz hat dann die Umstülpung als besonderen Fall der Beweglichkeit von Gelenk-Ketten als eigenständiges Thema entdeckt.



Abbildung 1: Paul Schatz und sein umstülpbarer Würfel [4: Seite11, Abb.]

Wie kam er dazu? Eine eigentümliche Folge von Entwicklungsschritten (Byrnes in [1b, Seite 131f]) führte ihn dazu den Würfel in drei volumengleiche Teile zu gliedern, und zwar so, dass man ihm zwei gleichförmige Steckriegel entnehmen kann, und dadurch ein beweglicher sechsgliedriger Gelenk-Ring frei beweglich wird. Die Elemente sind länglich gestreckte Tetraeder.

Die Gelenk-Kette besteht aus zwei Arten spiegelsymmetrischer, länglich gestreckter tetraedrischer Elemente. Der Gelenk-Ring ist nur vor- oder rückwärts beweglich, und zwar zyklisch.

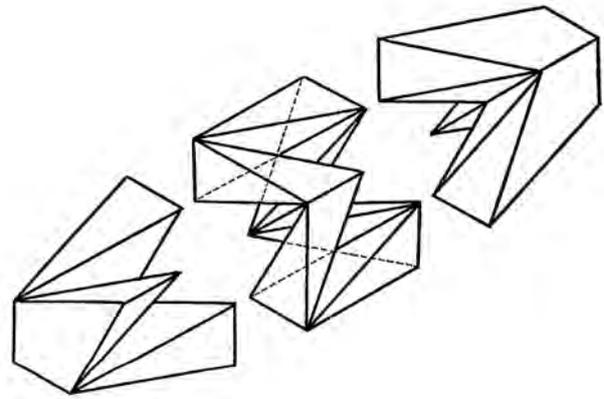


Abbildung 2: Schatzscher Würfel: Gelenkring und Steckriegel [1a: Seite 39, Fig. 58]

Dabei offenbart er, wie die anderen folgenden Modelle auch, einen rhythmischen Bewegungsablauf. In der folgenden Abbildung sind sechs Stellungen aufgezeichnet. Man kann den Ablauf noch feiner untergliedern. [5]

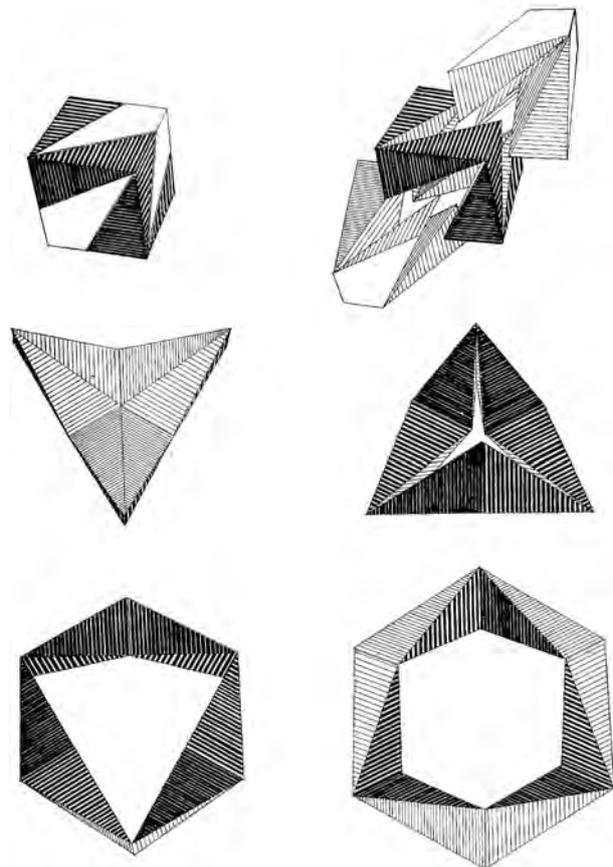


Abbildung 3: Sechs Würfelstellungen [1a: Seite 41, Fig. 59]

Bei der Entnahme der Riegel bleibt der Würfel projektiv erhalten, und trotz der proportionalen Verschiebungen bleibt er das auch während des gesamten Bewegungszyklus.

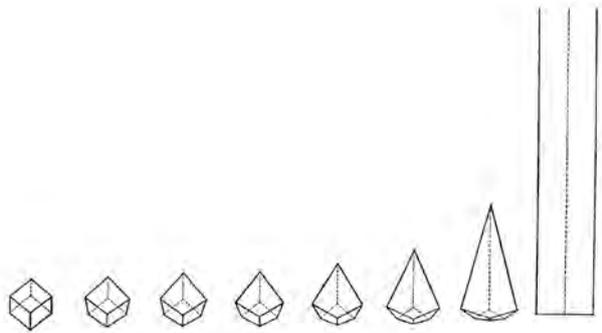


Abbildung 4: Metamorphose des projektiv vervollständigten Würfelrings von Paul Schatz [1a: Seite 64, Fig. 88]

Technisch bedeutsam ist darüber hinaus, dass die Bewegung des Würfelgürtels räumlich-zeitliche Formen erzeugt. Paul Schatz prägte dafür den Begriff der Polysomatischen Formen. Eine dieser Formen entsteht, wenn man ein Würfelement festhält und dann die Bewegung einer (in ihrer Länge gleichbleibenden) Würfel diagonalen im Raum verfolgt. Sie bildet im zeitlichen Verlauf eine gebogene Fläche, (so wie ein Scheibenwischer eine Fläche auf der Scheibe erzeugt), die schließlich zu ihrem Ausgangspunkt zurückkehrt, und damit eine geschlossene Oberfläche eines abrollbaren Körpers bildet, dem Paul Schatz den Namen Oloid gab.

Mit einem Antrieb versehen kann dieses Oloid be-



Abbildung 5: Würfel diagonale in sechsgliedriger Gelenk-Kette erzeugt in zeitlichem Verlauf die Oberfläche des Oloids. Modell: Werner Budde, Hochschule für Künste Bremen. Abbildung des Verfassers.

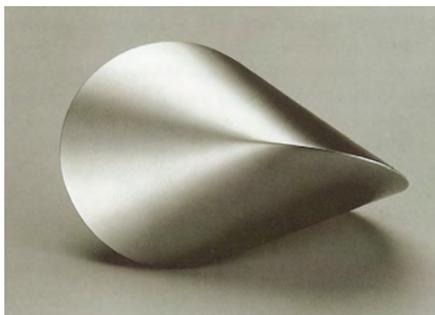


Abbildung 6: Oloid. Bronzemodell der Kuboid GmbH [1a: Seite 116, Abb. 156]

wegt werden und belüftet Wasser oder wälzt es um. Im Vergleich benötigt es etwa 1/7 der Energie einer vergleichbaren rotativ bewegten Turbine.



Abbildung 7 (links): Oloid belüftet Wasser [6: Seite 77, Fig. 50]

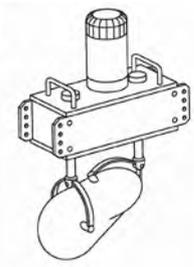


Abbildung 8 (rechts): Oloid-Mechanismus als Rührkörper [6: Seite 77, Fig. 49]

1. Variation: Proportionale Veränderungen der Gelenk-Tetraeder: Dreifalt Eins und Zwei

Gegenüber dem Schatzschen Würfelgürtel sind hier die Proportionen der Gelenk-Tetraeder nur geringfügig verändert. Bei den Modellen Inversis Dreifalt Eins und Inversis Dreifalt Zwei sind sie so gewählt, dass es wieder zwei Arten spiegelsymmetrischer Elemente gibt, die jedoch in beliebiger Weise zu einem Gelenk-Ring zusammengefügt werden können, was zu unterschiedlichen Bewegungsabläufen führt. Aufgabe: Man suche den projektiven Würfel.

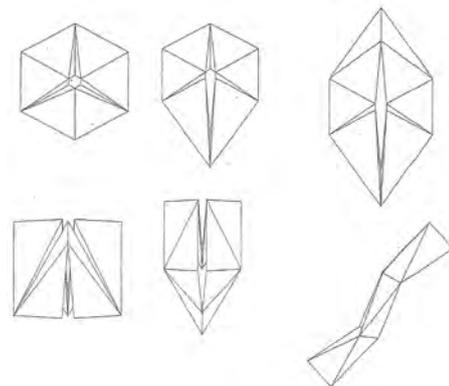


Abbildung 9: Inversis Dreifalt Eins [7]

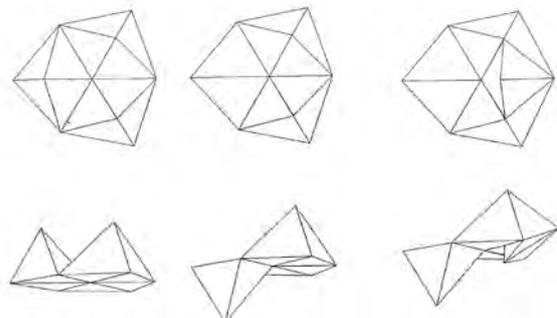


Abbildung 10: Inversis Dreifalt Zwei [8]

2. Variation: Vervielfachung der einzelnen Elemente: Vierfach-Schatz

Man kann vier baugleiche Stülpringe von Paul Schatz so aneinander fügen, dass sie zu viert einen gemeinsamen harmonischen Bewegungszyklus durchlaufen. Zusammengefügt gibt das wieder eine sechsgliedrige Gelenk-Kette, deren tetraedrischen Elemente nun nicht mehr spiegel-symmetrisch, sondern vollständig baugleich, also identisch sind. Auch hier lohnt sich die Suche nach dem Würfel. Und man darf sich freuen und wundern, wenn man vier Würfel findet!

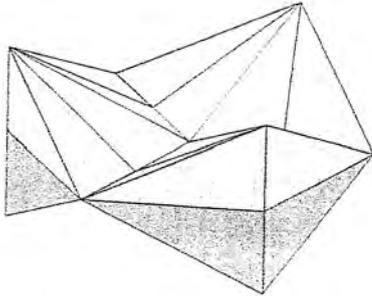


Abbildung 11: Aus Vier mach eins: Vierfach Schatz [1b: Seite 131, Fig. 197]

3. Variation: Vermehrung der einzelnen Elemente: Kaleidozyklen

Bei den schon erwähnten Kaleidozyklen von Wallace Walker handelt es sich um tetraedrische Gelenk-Ketten mit sechs oder mehr Elementen. Was sofort ins Auge fällt, dass das mehr als sechsgliedrige Modell beweglicher wird durch die Zunahme der Freiheitsgrade der Bewegung. Der Würfel als Ausgangsmotiv ist kaum oder gar nicht mehr zu erkennen.

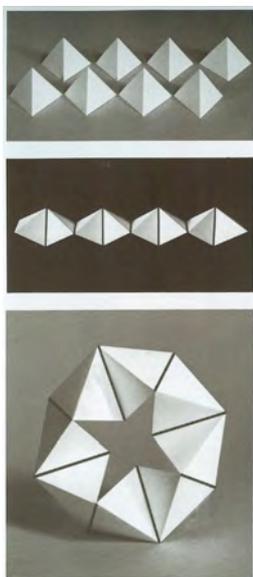


Abbildung 12: Kaleidozyklen [2: Seite 9, Abb. 6]

4. Variation: Rückkehr zum Würfel: CubusX und ganzheitliche Umstülpung

Eine, auch im schatzschen Sinne naheliegende Gliederung des Würfels griff Naoki Yoshimoto 1974 in seinem Yoshimoto-Cube auf, den Hartmut Endlich dann später unabhängig davon als CubusX herausbrachte. Zwölf baugleiche tetraedrische Elemente bilden eine Kette, die den Würfel in seinem vollständigen Volumen abbildet. Dieses ist vollständig umstülpbar. Wolfgang Maas bezeichnet dies als ganzheitliche Umstülpung [1b: Seite 103f]. Als erstes fällt die zunächst schwer zu kontrollierende Beweglichkeit auf. Die Zunahme der Freiheitsgrade hat bei diesem Modell aber auch (konstruktionsbedingte) Grenzen, die es zu umgehen gilt, wenn man das Modell umstülpen möchte. Neben mannigfachen Formen (im Beipackzettel ist von über 200 Formen die Rede) ist vor allem die Umstülpform von Interesse: es entsteht ein Rhomben-Zwölfflächner, der einen Hohlwürfel in den Abmessungen des Ausgangsmodells enthält. Rechnet man diesen zum Würfelring hinzu, so erhält man eine Volumenverdoppelung. Man kann dies als eine sehr originelle Lösung eines der Deltischen Rätsel ansehen, bei der die Verdoppelung des Würfels unter Beibehaltung seiner Form und Benutzung einfacher geometrischer Mittel verlangt wird.

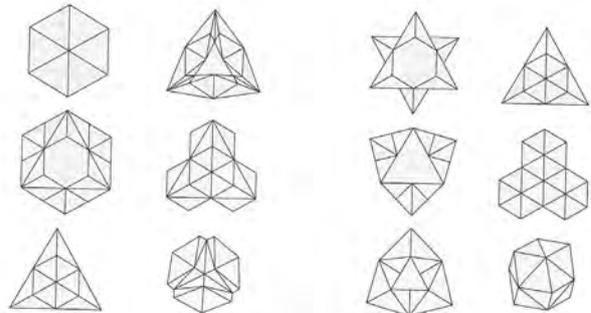


Abbildung 13: Yoshimoto-Cube (CubusX), einige Formvarianten [9]

5. Variation: Veränderung der Verbindungen: Heureka-Würfel

Man kann die gleichen Elemente auf eine andere Art verbinden, wie beim Heureka-Würfel von Bart Phillips. Die Beweglichkeit wird dadurch erhöht. Die Abbildung zeigt beide Modelle nebeneinander. Rechts der „CubusX“. Aufgabe: man suche den Rhomben-Zwölfflächner!

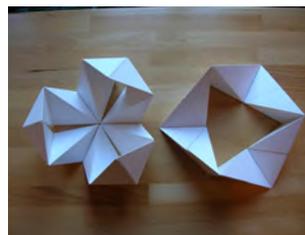


Abbildung 14: Yoshimoto-Cube und Heureka-Würfel aus den gleichen Elementen, jedoch anders miteinander verbunden. Abbildung des Verfassers

6. Variation: Polyeder-Baukasten aus tetraedrischen Gelenk-Ketten: Flying Games

Dieter Junker in Kassel gliedert und kombiniert tetraedrische Gelenk-Ketten so, dass sie in einem Beispiel einzeln Tetraeder oder Oktaeder bilden, zusammen aber einen Würfel.

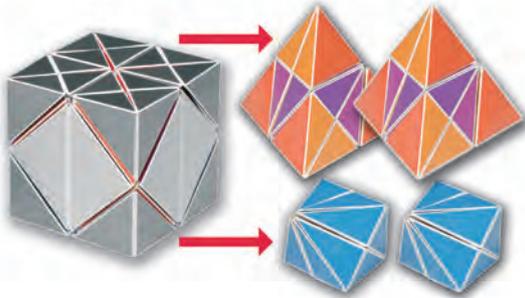


Abbildung 15: Cube One von Dieter Junker. Abbildung: flying-games.com

7. Variation: gleichmäßige kubische Gliederung des Würfels: Pfeiffer-Würfel

Schwer zu entscheiden: acht Würfel in einem, oder ein Würfel in acht gegliedert? Eines der bekanntesten Modelle, sicher das am weitesten verbreitete. Das steht im umgekehrten Verhältnis zur Bekanntheit seines Erfinders Peter-Michael Pfeiffer. Markantestes Merkmal ist das charakteristische schrittweise Klappen seiner Elemente. Färbt man den Würfel außen ein, und klappt dann um ist schon bald nichts mehr von der Färbung zu sehen. Offensichtlich ist sein Inneres nach außen, und sein Äußeres nach innen geklappt, eine Umstülpung ohne Volumenveränderung. Insgesamt bringt er zwölf Seitenflächen zum Vorschein, auf denen sich nicht nur Stadtansichten oder Werbung unterbringen lassen, sondern auch das Kalenderium der zwölf Monate. Wenn man es richtig macht, muss man für jeden nächsten Monat umklappen.

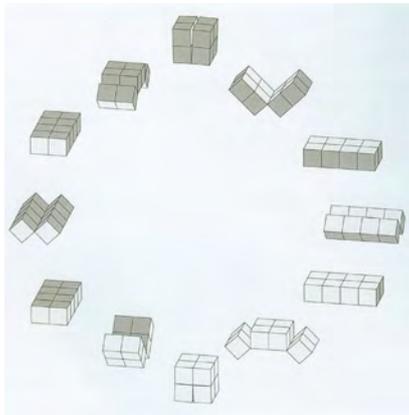


Abbildung 16: kubisch gegliederter Pfeiffer-Würfel. [10]

8. Variation: weitere kubische Gliederungen des Würfels

Zahlreiche Variationen der kubischen Gliederung des Würfels hat Robert Byrnes erprobt. Ihn interessiert dabei vor allem die Bewegungsart. Eine tetraedrische Gliederung des Würfels scheint der mehr strömenden Bewegung zu entsprechen, die wir an den oben geschilderten Modellen sehen konnten. Die klappende Bewegung, die wir am Pfeiffer-Würfel kennen gelernt haben scheint mehr der kubischen Unterteilung zu entsprechen. Robert Byrnes fand heraus, dass dies nicht in jedem Fall so sein muss, und dass es Modelle gibt, an denen sich beide Bewegungen ausführen lassen. Einige kubisch gegliederte Modelle finden sich in [11 und 12].

Ausblick über weitere Variationsfelder

Ebenso wie den Würfel lassen sich andere Gebilde, wie z.B. die Platonischen Körper umstülpfen. Dazu kann man verschiedene Kriterien zugrunde legen, die die Gliederung, die Verbindungen und auch die Bewegungsabläufe betreffen. Einen ersten systematischen Überblick lieferte Wolfgang Maas [1b: Seite 103ff], ein guter Ausgangspunkt. In der Zwischenzeit sind immer neue Modelle und auch neue Ansätze gefunden worden, die hier im einzelnen nicht dargestellt werden können. Neben den hier genannten sei noch Fred Voss erwähnt, der als Designer sehr ansehnliche Modelle entwickelt hat. [13]

9. Variation: eine besondere Halbierung des Würfels: StarCube

Auf Basis des Pfeiffer-Würfels kann man zu einer weiteren Gliederung des Würfels kommen. Naoki Yoshimoto brachte dies in den 1970er Jahren als Yoshimoto-Cube heraus, Robert Byrnes' StarCube ist geometrisch das gleiche, hier aber als Bausatz konzipiert. Zwei baugleiche achtgliedrige Gelenk-Ketten bilden je eine Würfel-Volumen-Hälfte. Als Stern eingeklappt passt der eine in den als Sternhülle ausgeklappten anderen. Ein kleines Wunder!

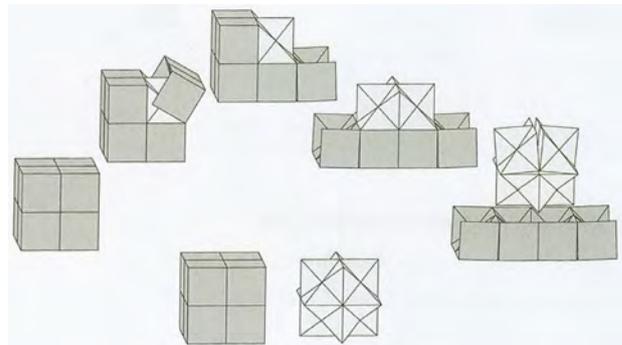


Abbildung 17: StarCube (Yoshimoto-Cube) [10]

Schluss-Stein:

Ich möchte das Schlusswort Johann Wolfgang von Goethe überlassen, der nicht nur als Dichter bedeutsam war, sondern auch den Begriff der phänomenologischen Naturwissenschaft („Naturbetrachten“) prägte, den man auch als goetheanistische Weltanschauung bezeichnen kann. Diese Ausarbeitung folgt ebenfalls diesem Ansatz. Paul Schatz war bestrebt in eben dieser Weise zu arbeiten, und konnte es damit zu genialen technischen Erfindungen bringen. Das an den Schluss gestellte Gedicht [14] passt gut auf das was sich an den Modellen zeigt, der Übergang von Oben-unten, rechts-links, vorne-hinten und innen-außen. Aufgabe: ausprobieren.

Epirrhema:

Müset im Naturbetrachten
Immer eins wie alles achten.
Nichts ist drinnen, nichts ist draussen,
Denn was innen das ist aussen.
So ergreift ohne Säumnis
Heilig öffentlich Geheimnis.
Freuet euch den schönen Spiels,
Euch des wahren Scheins.
Kein Lebendiges ist eins,
Immer ists ein Vieles.

Literatur

- [1a] Schatz, Paul: *Rhythmusforschung und Technik*, 2. Auflage Stuttgart 1998
- [1b] Schatz, Paul: *Die Welt ist umstülpbar. Rhythmusforschung und Technik*, 3. Auflage von [1] Sulgen/Zürich 2008
- [2] Walker, Wallace und Doris Schattschneider: *M.C. Escher-Kaleidozyklen*, Köln 1992
- [3] Bricard, Raoul: *Leçons cinématique*, Bd.2, Paris 1927
- [4] Schatz, Paul: *Technik und Gestaltung. Gesammelte Aufsätze*, Sulgen/Zürich 2008

[5] Heinz, Alexander: *Kulturgeschichtliche und geometrische Aspekte zur Entwicklung des Raumbewußtseins*
In: *Zeitschrift Mensch und Architektur*, Heft 60, Seite 63, Berlin 2007

[6] Ernhofer, Klaus und Wolfgang Maas: *Umstülpbare Modelle der Platonischen Körper*. Dornach (CH) 2000

[7] *aus der Anleitung im Inversis-Bastelbogen Inversis Dreifalt Eins. Anleitung und Darstellung*: Robert Byrnes 2006

[8] *aus der Anleitung im Inversis-Bastelbogen Inversis Dreifalt Zwei. Anleitung und Darstellung*: Robert Byrnes 2006

[9] *Illustration aus dem Beipackzettel des CubusX*

[10] Byrnes, Robert: *Inversis StarCube-Bausatz mit Anleitung*. Ohne Ortsangabe 2005

[11] Byrnes, Robert: *Metamorphs. Transforming Mathematical Surprises*, Stradbroke 2004

[12] Byrnes, Robert: *Umstülpbewegungen: Klappen und Strömen (in Vorbereitung)*

[13] Voss, Fred: *Vom Möbiusband zum V-Band. Untersuchungen, Entwicklungen, Ergebnisse*. Kulturata, Wuppertal, 2009

[14] Goethe, Johann Wolfgang von: *Gedichte in zeitlicher Folge*, Frankfurt, 7. Auflage 1990

Relevante Internetseiten und Bezugsquellen der beschriebenen Modelle:

Alexander Heinz

Buchbinden und Modellbau

Bergweg 50

D 58313 Herdecke

mail@BUCHSEITS.com

buchseits.com (Homepage des Verfassers)

paul-schatz.ch (Paul-Schatz-Stiftung und -Archiv, Basel)

flying-games.com (Dieter Junker)

fredvoss.de (Fred Voss)